

Kemampuan mahasiswa calon guru matematika dalam pemecahan masalah pembuktian teorema geometri

Prospective Student Teachers Of Mathematics Abilities In Problem Solving Geometry Theorem Proving

Titin Masfingatin^{1*}, Wasilatul Murtafiah², Ika Krisdiana³

¹²³Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas PGRI Madiun

* Korespondensi Penulis. E-mail: titin.mathedu@unipma.ac.id, Telp: +6285732923200

Abstract

Pemecahan masalah sangat diperlukan baik dalam proses pembelajaran maupun dalam kehidupan. Pemecahan masalah membutuhkan suatu kemampuan berpikir tingkat tinggi. Khususnya dalam geometri pemecahan masalah yang sering dihadapkan adalah masalah pembuktian. Melalui pembuktian selain mengetahui kebenaran suatu teorema juga dapat mengasah kemampuan berpikir logis mahasiswa. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui kemampuan pemecahan masalah pembuktian geometri oleh mahasiswa calon guru matematika Universitas PGRI Madiun. Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif dengan subjek penelitian sebanyak 2 mahasiswa berkemampuan akademik tinggi dan rendah yang melakukan pembuktian teorema geometri berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah Polya. Hasil penelitian disimpulkan bahwa kemampuan pemecahan masalah pembuktian geometri mahasiswa berkemampuan tinggi dalam setiap tahap pemecahan masalah adalah mahasiswa mampu menentukan hipotesis dan kesimpulan dengan bahasa matematis sendiri, mengaitkan dan menggunakan definisi, postulat dan teorema yang telah dibuktikan sebelumnya untuk menyusun pembuktian yang logis disertai visualisasi. Mahasiswa berkemampuan tinggi mampu menyusun metode pembuktian yang berbeda dari yang telah dilakukan. Mahasiswa dengan kemampuan rendah belum mampu merumuskan kesimpulan dengan bahasa matematika sendiri dan belum mampu membuat hubungan antar definisi, postulat dan teorema sehingga belum mampu menyusun pembuktian yang logis. Mahasiswa dengan kemampuan rendah belum mampu menyusun pembuktian yang berbeda dari yang telah dilakukan. Berkaitan dengan kemampuan pemecahan masalah ditemukan factor yang sangat mempengaruhi kemampuan pemecahan masalah mahasiswa yaitu kemandirian belajar (self regulated learning).

Copyright © 2018 Universitas Mercu Buana Yogyakarta.
All rights reserved.

Keywords:

Pemecahan Masalah
Pembuktian Teorema
Geometri



Abstract

Keywords:
Problem Solving
Proof Theorem
Geometry

Problem solving is necessary both in the learning process and in life. Problem solving requires a high level of thinking ability. Particularly in the problem solving geometry that is often confronted is the problem of proof. Through proof other than knowing the truth of a theorem also can hone students' logical thinking ability. The purpose of this research is to identify the problem solving ability of geometry proof by the student of mathematics teacher candidate of the University of PGRI Madiun. The type of this research is descriptive with the qualitative approach. The subject of study as many as two high and low academic students who perform the proof of geometry theorem based on Polya problem solving steps. The result of this research concludes that the ability of problem solving of geometric proof of high-ability students in every problem-solving step is the students able to determine hypothesis and conclusion with their mathematical language, linking and using definitions, postulates, and theorems that have been proved before to make logical proof with visualization. Highly capable students can develop different methods of verification than has been done. Low-ability students have not been able to formulate conclusions with their mathematical language and have not been able to make connections between definitions, postulates, and theorems that have not been able to develop logical proofs. Low-ability students have not been able to set up different evidence than has been done. Associated with problem solving ability found a factor that significantly affects student problem solving ability that is self learning (self regulated learning).

Copyright © 2018 Universitas Mercu Buana Yogyakarta.
All rights reserved.

PENDAHULUAN

Pemecahan masalah sangat diperlukan dalam proses pembelajaran. Kerangka Kualifikasi Nasional Indonesia (KKNI) menginstruksikan agar pembelajaran mampu membawa mahasiswa agar memiliki kemampuan pemecahan masalah. Kegiatan pemecahan masalah bukan hanya menerapkan suatu konsep untuk menjawab permasalahan, akan tetapi lebih dari itu. *Problem solving is a complex process which requires an individual to coordinate previous experience, knowledge, understanding and intuition, in order to satisfy the demands of a novel situation* (Yee & Hoe, 2009). Oleh sebab itu pemecahan masalah membutuhkan kemampuan berpikir tingkat tinggi, karena dalam proses pemecahan masalah seseorang melibatkan pengetahuan awal yang dimiliki, pengetahuan, pemahaman dan intuisi agar mampu diterapkan pada situasi yang baru sehingga diperoleh hasil pemecahan masalah.

Kemampuan pemecahan masalah tidak dimiliki seseorang secara kebetulan akan tetapi dapat dilatihkan. Yee & Hoe (2009) menyatakan bahwa proses pemecahan masalah ditentukan oleh berbagai factor, diantaranya faktor kognitif, pengalaman dan afektif. Disamping faktor kognitif, pengalaman adalah yang sangat menentukan keberhasilan seseorang dalam pemecahan masalah. Kemampuan pemecahan masalah dapat dilatihkan dengan memperbanyak pengalaman dalam pemecahan masalah, yaitu dengan lebih sering melakukan pemecahan masalah. Agar dapat memiliki banyak pengalaman pemecahan masalah seseorang harus memiliki kemauan atau motivasi untuk melakukan pemecahan masalah. Ini menunjukkan bahwa factor afektif juga berpengaruh terhadap kemampuan pemecahan masalah.

Agar dapat memecahkan masalah seseorang harus memahami masalah yang dihadapi. Memahami masalah dapat dilihat dari kegiatan mengidentifikasi informasi yang penting dan tidak penting, merumuskan hal yang sudah diketahui, dan menentukan hal yang akan dicari. Setelah mampu memahami masalah selanjutnya mengidentifikasi hal yang belum diketahui atau ditanyakan dalam masalah, kemudian mengaitkan hal yang belum diketahui dengan informasi yang telah dimiliki. Berikutnya adalah merumuskan perencanaan pemecahan masalah. Langkah berikutnya adalah melaksanakan rencana pemecahan masalah dengan menggunakan pengetahuan dan keterampilan yang dimiliki. Terakhir memeriksa kembali hasil pemecahan masalah dengan

mengecek hasil pemecahan, dan mencari alternatif solusi pemecahan yang lain yang menguatkan hasil pemecahan yang telah dilakukan sebelumnya. Serangkaian proses tersebut dilakukan secara bertahap sehingga diperoleh suatu kesimpulan yaitu hasil dari pemecahan masalah.

Masalah dalam matematika berupa soal matematika. Suatu soal akan menjadi masalah apabila mahasiswa belum memiliki prosedur penyelesaian secara rutin. Bisa jadi suatu soal dapat dengan mudah dikerjakan oleh mahasiswa ketika telah mengetahui prosedur penyelesaiannya. Menurut Polya (1973) masalah matematika terbagi menjadi dua, yaitu masalah mencari (*problem to find*) dan masalah membuktikan (*problem to prove*). Masalah mencari adalah menentukan sesuatu yang belum diketahui dalam soal yang memenuhi kriteria atau syarat yang diketahui dalam soal. Masalah membuktikan yaitu prosedur untuk menentukan apakah suatu pernyataan benar atau tidak benar. Masalah membuktikan terdiri dari bagian hipotesis (yang diketahui) dan kesimpulan (yang akan dibuktikan). Pembuktian dilakukan dengan menyusun pernyataan yang logis dari hipotesis menuju ke kesimpulan, sedangkan untuk membuktikan yang tidak benar, cukup ditunjukkan contoh penyangkalnya (*counter example*) sehingga pernyataan menjadi tidak benar.

Langkah-langkah pemecahan masalah pembuktian teorema menggunakan langkah-langkah pemecahan menurut Polya (1973) yang terdiri dari 4 langkah, yaitu (1) memahami masalah, (2) menyusun rencana pemecahan masalah, (3) melaksanakan rencana pemecahan masalah, dan 4) memeriksa kembali hasil pemecahan.

Geometri adalah cabang ilmu matematika yang mempelajari hubungan antara titik, garis, bidang dan ruang. Dalam geometri seseorang bukan hanya dituntut untuk menemukan jawaban semata, akan tetapi lebih pada bagaimana dan mengapa hingga memperoleh jawaban tersebut. Oleh sebab itu dalam geometri mahasiswa harus difokuskan pada proses bagaimana dan mengapa jawaban diperoleh dan bukan hanya jawaban apa yang diperoleh. Imbasnya mahasiswa dituntut untuk memiliki kemampuan pembuktian dalam pembelajaran geometri. Ada beberapa alasan mengapa kita perlu membuktikan, diantaranya (1) untuk meyakinkan bahwa konsep matematika yang selama ini dianggap benar adalah benar, (2) untuk mendapatkan pemahaman, (3) untuk mengetahui keindahan matematika, dan (4) karena di dalam bukti termuat nilai-nilai strategis yang dapat melatih kita berpikir secara logis (Hernadi, 2008).

Geometri merupakan sistem matematika yang menggunakan penalaran deduktif, berdasarkan fakta yang dikenal dan dapat diterima untuk menemukan sifat-sifat baru (Susanah, 2004). Sebagai sistem deduktif, kebenaran suatu pernyataan dalam geometri dibuktikan berdasarkan logika. Teorema adalah suatu pernyataan yang harus dibuktikan kebenarannya (Susanah, 2004). Pernyataan dalam teorema biasanya berupa implikasi maupun biimplikasi. Oleh sebab itu, pembuktian teorema berarti pembuktian kebenaran suatu kalimat matematika. Pernyataan teorema dapat dibedakan ke dalam dua bagian, yaitu hipotesis yang menunjukkan apa yang diketahui dan kesimpulan yang menunjukkan apa yang akan dibuktikan (Rich, 2004).

Pembuktian teorema geometri merupakan suatu hal yang menakutkan bagi banyak mahasiswa. Berdasarkan pengalaman mengajar mata kuliah geometri, ketika masalah berupa pembuktian teorema geometri diberikan, berbagai macam respon negatif yang ditunjukkan oleh mahasiswa, diantaranya (1) sebagian besar mahasiswa hanya menulis ulang soal yang diberikan dan tidak dikerjakan oleh mahasiswa, (2) beberapa mahasiswa mengerjakan tetapi lebih sering diloncati (dikerjakan pada waktu paling akhir), dan (3) mahasiswa mengerjakan tetapi pembuktian yang dilakukan berputar-putar sehingga tidak sampai pada kesimpulan. Hal ini didukung pula dengan hasil observasi yang menunjukkan bahwa kemampuan mahasiswa dalam pembuktian menunjukkan perbedaan yang sangat mencolok dari hasil pemecahan masalah geometri. Sebagian besar mahasiswa tidak mampu melakukan proses pemecahan masalah terutama masalah pembuktian teorema geometri (Sanjaya, 2016) (Kusuma & Utami, 2017). Bukan hanya bagi mahasiswa, bagi siswa pembuktian geometri juga merupakan suatu hal yang tidak mudah

dilakukan. Arvianto (2012), menyatakan bahwa salah satu kesulitan yang dialami siswa adalah kesulitan dalam pembuktian suatu pernyataan secara langsung.

Oleh sebab itu, pembuktian dalam geometri sangat perlu untuk dikembangkan bagi calon guru matematika. Hal ini berkaitan dengan tujuan pembelajaran geometri pada sekolah menengah, NCTM (2000:308) menyatakan “*establish the validity of geometric conjectures using deduction, prove theorems, and critique arguments made by others*”. Tujuan dari pembelajaran geometri pada sekolah menengah adalah siswa mampu menentukan validitas pernyataan menggunakan deduksi, pembuktian teorema dan berargumentasi secara kritis. Tujuan ini hanya akan tercapai hanya jika calon guru matematika menguasai pembuktian dalam geometri. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana kemampuan calon guru matematika dalam pembuktian teorema geometri. Hasil dari penelitian akan digunakan sebagai pendahuluan dalam pengembangan bahan ajar mata kuliah geometri.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan menggunakan pendekatan kualitatif karena peneliti ingin mengkaji secara mendalam mengenai kemampuan pemecahan masalah pembuktian teorema geometri serta menyelidiki faktor yang mempengaruhinya. Subjek dalam penelitian ini adalah 2 mahasiswa semester 2 yang telah menempuh mata kuliah geometri dan melakukan pemecahan masalah pembuktian berdasarkan langkah Polya. Teknik pengumpulan data dengan menggunakan observasi, tes dan wawancara. Validitas data dengan triangulasi teknik, sedangkan analisis data mengacu pada Miles dan Huberman (dalam Sugiyono, 2015:369), yaitu reduksi data (*data reduction*), penyajian data (*data display*) dan penarikan kesimpulan (*verification*).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan mahasiswa dalam setiap langkah pada proses pemecahan masalah pembuktian teorema geometri. Proses pemecahan masalah dalam hal ini dapat dilihat dari langkah-langkah pemecahan masalah menurut Polya, yaitu memahami masalah, menyusun rencana pemecahan masalah, melaksanakan rencana pemecahan masalah dan memeriksa kembali hasil pemecahan masalah.

Adapun teorema yang diberikan sebagai instrumen tes adalah sebagai berikut.

“*Buktikan dua sudut yang berdekatan pada jajargenjang saling berpelurus*”

Hasil analisis kemampuan pemecahan masalah pada masing-masing subjek adalah sebagai berikut.

Subjek Berkemampuan Tinggi

Hasil analisis kemampuan pemecahan masalah subjek dengan kemampuan tinggi dari hasil tes pemecahan masalah dan hasil wawancara disajikan pada Tabel 1 berikut

Tabel 1. Analisis Data Tes dan Wawancara Subjek Berkemampuan Tinggi

Langkah Pemecahan Masalah	Data Tes Tertulis	Data Wawancara
Memahami masalah	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menuliskan hipotesis dari teorema dengan menggunakan bahasa matematika sendiri, yaitu jajargenjang ABCD. - Subjek mampu membuat visualisasi bangun jajargenjang ABCD. - Subjek mampu menuliskan kesimpulan dengan bahasa 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menyebutkan bagian hipotesis dan bagian kesimpulan dari teorema dengan tepat - Subjek mampu membuat visualisasi berdasarkan hipotesis dan kesimpulan - Subjek mampu menyebutkan hipotesis dari teorema berdasarkan

	<p>matematika, yaitu empat pasang sudut yang saling berdekatan pada jajargenjang yang jumlah masing-masing pasang adalah sama dengan 180.</p>	<p>visualisasi dengan menggunakan bahasa matematika, yaitu sebuah jajargenjang ABCD.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menyebutkan kesimpulan dari teorema, yaitu dua sudut yang berdekatan masing-masing jumlahnya sama dengan 180 serta memberikan penjelasan terkait kesimpulan, yaitu berdasarkan definisi sudut berpelurus.
Menyusun rencana pemecahan masalah	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek menuliskan sifat-sifat jajargenjang. - Subjek mampu membuat visualisasi berkaitan dengan pernyataan sebelumnya - Subjek mampu mengaitkan hipotesis dengan konsep kesejajaran dan juga teorema yang berkaitan dengan kesejajaran. 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menyebutkan definisi yang berkaitan dengan hipotesis. - Subjek mampu menyebutkan bahwa sepasang sisi yang berhadapan pada jajargenjang saling sejajar - Subjek mampu mengkonstruksi garis transversal - Subjek mampu menyebutkan akibat yang ditimbulkan jika dua buah garis sejajar dipotong oleh transversal - Subjek mampu menggunakan definisi sudut lurus
Melaksanakan rencana pemecahan masalah	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menggunakan sifat-sifat dua garis sejajar yang dipotong transversal beserta sudut-sudut yang dibentuknya. - Subjek mampu menerapkan definisi transversal (jika AD dan BC sebagai transversal yang memotong AB dan DC maka ditemukan beberapa kemungkinan, jika AB dan CD garis transversal yang memotong AD dan BC). - Subjek mampu mengaitkan beberapa hal yang diperoleh dengan menggabungkan beberapa definisi dan teorema sebelumnya mampu membuktikan bahwa sudut-sudut yang saling berdekatan berjumlah 180 (berpelurus). 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menyebutkan sifat-sifat jajargenjang berdasarkan definisi jajargenjang. - Subjek mampu membuat visualisasi jajargenjang dengan membuat perpanjangan (di kanan dan kiri) dari masing-masing sisi jajargenjang - Subjek mampu membuat konstruksi dari transversal dua garis sejajar (berdasarkan definisi transversal) - Subjek mampu membuat hubungan sudut-sudut yang dibentuk oleh perpanjangan sisi-sisi jajargenjang - Subjek mampu mengaitkan sudut-sudut yang saling berdekatan yaitu dengan definisi sudut lurus - Subjek mampu mengaitkan sudut sehadap dengan sudut lurus untuk mendapatkan hubungan sudut-sudut dalam jajargenjang
Memeriksa kembali hasil pemecahan	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek memeriksa proses pembuktian yang telah dilakukan - Subjek mampu menuliskan cara pembuktian lain untuk memperoleh kesimpulan. 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek memeriksa proses pembuktian dengan melihat kembali proses yang telah dilakukan - Subjek mampu menemukan cara lain untuk membuktikan teorema yang diberikan

Subjek Kemampuan Rendah

Hasil analisis kemampuan pemecahan masalah subjek berkemampuan rendah, berdasarkan hasil tes pemecahan masalah dan hasil wawancara disajikan pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Analisis Data Tes dan Wawancara Subjek Berkemampuan Rendah

Langkah Pemecahan Masalah	Data Tes Tertulis	Data Wawancara
Memahami masalah	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menuliskan hipotesis dari teorema dengan bahasa matematis, yaitu jajargenjang ABCD. - Subjek mampu membuat visualisasi hipotesis dengan bahasa matematika sendiri, yaitu jajargenjang ABCD, dengan sudut A = sudut 1, sudut B = sudut 2, sudut C = sudut 3 dan sudut D = sudut 4. - Subjek mampu menuliskan kesimpulan berdasarkan visualisasi, yaitu sudut A dan sudut D berpelurus. (subjek mampu mengaitkan definisi sudut yang saling berdekatan dalam suatu jajargenjang, subjek belum mampu mengaitkan definisi dua sudut berpelurus) 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menyebutkan bagian hipotesis dan bagian kesimpulan dari teorema - Subjek mampu menyebutkan hipotesis dari teorema dengan bahasa matematika sendiri, yaitu sebuah jajargenjang ABCD. - Subjek mampu menyebutkan kesimpulan dari teorema, yaitu dua sudut yang berdekatan (sudut A dan D berdasarkan visualisasi yang dibuat) berpelurus. - Subjek kurang mampu menjelaskan kesimpulan dengan bahasa matematis sendiri, dan hanya mampu menyebutkan kesimpulan berdasarkan teorema yang diberikan
Menyusun rencana pemecahan masalah	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu membuat kaitan teorema yang berkaitan dengan sifat-sifat jajargenjang. - Subjek mampu mengaitkan teorema geometri (teorema 8.11) - Subjek tidak mampu membuat kaitan berdasarkan pernyataan sebelumnya. 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menyebutkan teorema yang berkaitan dengan hipotesis. - Subjek mampu memberikan argumen dari pernyataan yang diberikan. - Subjek mampu menyebutkan teorema yang berkaitan dengan sifat-sifat jajargenjang - Subjek tidak mampu menjelaskan pernyataan sebelumnya. - Subjek tidak mampu membuat kesimpulan sesuai dengan yang dirumuskan, juga argumennya.
Melaksanakan rencana pemecahan masalah	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menggunakan teorema yang berkaitan dengan sifat jajargenjang yaitu diagonal DB membagi dua jajargenjang menjadi dua segitiga yang saling kongruen, yaitu segitiga DAB dan segitiga BCD - Subjek mampu mengaitkan teorema 8.11 yaitu dengan menuliskan sisi AB kongruen dengan CD, dan sisi AD kongruen dengan CB sebagai akibatnya - Subjek tidak mampu mengaitkan antar pernyataan sebelumnya. Ini dilihat dari hasil tertulis subjek yang menuliskan bahwa sudut-sudut dalam jajargenjang, yaitu sudut kongruen dengan sudut B, sudut C 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menyebutkan teorema yang berkaitan dengan diagonal jajargenjang (diagonal BD) yang membagi jajargenjang menjadi dua segitiga yang saling kongruen, yaitu segitiga DAB dan segitiga BCD - Subjek mampu menyebutkan teorema 8.11 yaitu sisi-sisi yang berhadapan pada jajargenjang saling kongruen sehingga sisi AB kongruen dengan CD, dan sisi AD kongruen dengan CB. Akan tetapi subjek tidak mampu mengaitkan teorema ini dengan pernyataan pada langkah sebelumnya - Subjek mampu menyebutkan bahwa sudut A kongruen dengan sudut B

	<p>kongruen dengan sudut D dan memberikan argument bahwa masing-masing pasangan sudut adalah sudut sehadap</p> <ul style="list-style-type: none"> - Subjek tidak mampu membuat kesimpulan sesuai dengan yang telah dirumuskan, yaitu dengan menuliskan sudut A kongruen dengan sudut D. 	<p>dan sudut C kongruen dengan sudut D namun tidak mampu membuat kaitan dengan pernyataan sebelumnya. Subjek menyebutkan alasan bahwa pasangan sudut tersebut saling sehadap</p> <ul style="list-style-type: none"> - Subjek tidak mampu membuat kesimpulan teorema berdasarkan yang telah dirumuskan. Subjek menyebutkan sudut A kongruen dengan sudut D berdasarkan langkah 3 dan 4
Memeriksa kembali hasil pemecahan	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek belum mampu memeriksa proses pembuktian yang telah dilakukan, dilihat dari langkah-langkah pembuktian yang telah dilakukan beberapa tidak logis. Subjek tidak menuliskan cara pembuktian yang lain untuk memperoleh kesimpulan. 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek tidak mampu memeriksa proses pembuktian yang telah dilakukan. Subjek tidak mampu memberikan penjelasan terkait langkah-langkah pembuktian yang kurang tepat. Subjek mengalami konflik kognitif sehingga tidak sampai pada kesimpulan. - Subjek tidak mampu memberikan cara pembuktian yang lain.

Hasil penelitian yang valid dari subjek berkemampuan tinggi dan rendah disajikan pada Tabel 3. berikut.

Tabel 3. Data Hasil Penelitian yang Valid

No	Langkah Pemecahan Masalah	Subjek Berkemampuan Rendah	Subjek berkemampuan Tinggi
1	Memahami masalah	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menyebutkan hipotesis dengan bahasa matematika sendiri, akan tetapi belum mampu menggunakan bahasa matematika dalam menentukan kesimpulan dari teorema, - Subjek mampu membuat visualisasi berdasarkan hipotesis 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menyebutkan hipotesis dan kesimpulan dengan bahasa matematika sendiri - Subjek mampu membuat visualisasi berdasarkan hipotesis
2	Menyusun Rencana Pemecahan Masalah	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek kurang mampu mengaitkan teorema yang berkaitan dengan hipotesis - Subjek tidak mampu membuat kaitan antar pernyataan dalam pembuktian. 	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu mengaitkan hipotesis dengan sifat-sifat, definisi dan teorema yang dimiliki sebelumnya - Subjek membuat visualisasi sesuai dengan langkah-langkah yang dilakukan
3	Melaksanakan rencana pemecahan masalah	<p>Subjek kurang mampu menggunakan definisi maupun teorema yang dimiliki sebelumnya, juga kurang mampu memberikan argumen dari pernyataan yang diberikan sehingga tidak sampai pada kesimpulan</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu menggunakan sifat-sifat, definisi dan teorema yang dimiliki sebelumnya untuk menyusun pembuktian yang logis sehingga sampai pada kesimpulan - Subjek mampu membuat visualisasi berdasarkan langkah-langkah yang dilakukan untuk lebih mendapatkan gambaran konsep yang disusun
4	Memeriksa kembali	<p>Subjek tidak mampu memeriksa proses pembuktian juga tidak mampu</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Subjek mampu memeriksa proses pembuktian yang telah dilakukan

Vol. 2, No. 2, April 2018, pp.41-50

hasil pemecahan menemukan metode pembuktian yang lain. dengan memeriksa ulang hasil pembuktian yang telah dilakukan
- Subjek mampu menemukan cara lain untuk membuktikan teorema yang diberikan

Kemampuan pemecahan masalah pembuktian teorema dapat dilihat dari kemampuan mahasiswa dalam merumuskan hipotesis dan kesimpulan dengan menggunakan bahasa matematika, kemampuan dalam mengaitkan hipotesis dengan definisi maupun teorema yang dimiliki sebelumnya dengan hipotesis sehingga dapat membuktikan kesimpulan teorema dan juga kemampuan dalam menemukan cara pembuktian lain dari yang telah dilakukan.

Mahasiswa berkemampuan rendah dalam pemecahan masalah pembuktian teorema menunjukkan kemampuan dalam merumuskan hipotesis dari teorema dengan menggunakan bahasa matematis sendiri. Dalam merumuskan kesimpulan mahasiswa berkemampuan rendah kurang mampu merumuskan kesimpulan dengan definisi yang berkaitan dengan konteks. Mahasiswa merumuskan kesimpulan dengan bahasa matematis yang sesuai, akan tetapi kesimpulan masih bersifat umum. Mahasiswa mampu menyebutkan definisi maupun teorema yang digunakan dalam pemecahan masalah, akan tetapi belum mampu mengaitkan definisi maupun teorema yang disebutkan secara logis. Mahasiswa dengan kemampuan rendah kurang mampu mengaitkan definisi maupun teorema yang berkaitan dengan hipotesis maupun kesimpulan. Argumen yang diberikan juga kurang logis. Alur pembuktian belum tertata secara runtut, sehingga pembuktian yang dilakukan berputar-putar dan tidak dapat membuktikan kesimpulan teorema. Mahasiswa tidak mampu mengecek kebenaran argumen dari langkah-langkah pembuktian yang dilakukan. Mahasiswa dengan kemampuan rendah tidak mampu menentukan metode pembuktian yang lain.

Sedangkan berdasarkan hasil penelitian pada mahasiswa calon guru dengan kemampuan tinggi menunjukkan bahwa subjek mampu menentukan hipotesis dan teorema dengan menggunakan bahasa matematika sendiri. Selain itu subjek membuat visualisasi berdasarkan hipotesis dan teorema yang dirumuskan. Subjek berkemampuan tinggi mampu mengaitkan beberapa definisi dan teorema sebelumnya, serta mampu membuat hubungan yang logis sehingga dapat membuktikan kesimpulan. Subjek membuat visualisasi pada setiap langkah pembuktian yang dilakukan. Hal ini menunjukkan bahwa subjek memiliki pengetahuan yang berkaitan dengan konteks dan konten dari masalah yang dibuktikan. Selain pengetahuan, subjek berkemampuan tinggi juga mampu berpikir secara logis, dilihat dari argumen yang diberikan dalam setiap langkah pembuktian. James Armstrong (dalam Haryono, 2014) menyatakan, *“the key to deductive reasoning is the idea that the truth of other statement must be shown to follow logically from the truth of other statements that have already been shown to be true by this method”*.

Mahasiswa berkemampuan tinggi dalam memeriksa kembali hasil pembuktian dapat mengecek kembali setiap langkah pemecahan dan memastikan setiap langkah didasarkan pada argumen yang tepat. Subjek mampu mencari cara yang lain dalam pembuktian teorema yang diberikan. Secara umum pembuktian yang dilakukan oleh subjek berkemampuan tinggi masih menggunakan strategi pembuktian teorema mendasar yang telah dikenal sebelumnya. Subjek belum menggunakan teorema yang telah dibuktikan sebelumnya untuk digunakan dalam pembuktian. Ini menunjukkan bahwa subjek sangat menguasai pembuktian teorema yang telah dibuktikan sebelumnya. Untuk memperjelas dugaan ini peneliti melakukan wawancara dengan subjek berkemampuan tinggi. Adapun kutipan wawancara adalah sebagai berikut.

P_1 : “Apakah anda merasa kesulitan dalam belajar geometri?”

ST_1 : “Tidak bu”

P_2 : “Kapanakah anda mempelajari materi geometri?”

ST_2 : “Saya belajar geometri ketika ada waktu longgar atau jika ada tugas yang perlu dikerjakan”

P_3 : “Jika menemui kesulitan dalam belajar geometri, apa yang anda lakukan?”

ST_3 : “Browsing atau kadang-kadang saya berdiskusi dengan teman”

Berdasarkan kutipan di atas, subjek berkemampuan tinggi memiliki kesadaran untuk mempelajari materi geometri. Subjek belajar geometri bukan hanya ketika ada tugas untuk dikerjakan tetapi juga ketika ada waktu luang. Artinya subjek menyadari bahwa pengetahuan yang dimiliki belum cukup sehingga perlu untuk mempelajari materi ketika ada waktu luang. Hal ini menunjukkan bahwa subjek memiliki dorongan yang muncul dari dalam dirinya (motivasi intrinsik) sehingga menggerakkannya untuk belajar. Begitu juga ketika subjek menemui kendala dalam belajar subjek berusaha mencari penyelesaian dari berbagai sumber agar dapat mengatasi kendala tersebut. Hal ini sejalan dengan Zimmerman (2000), yang menyatakan, “*self-motivation occurs when a learner independently uses one or more strategies to keep themselves on-track toward a learning goal*”. Motivasi diri terjadi ketika pebelajar secara mandiri dapat menggunakan satu atau lebih strategi untuk mencapai tujuan pembelajaran. Motivasi diri mahasiswa ini dapat menyebabkan kemandirian belajarnya. *Self-regulated learning is a process that assists students in managing their thoughts, behaviors, and emotions in order to successfully navigate their learning experiences.* (Zumbrunn, et al, 2011). Berdasarkan hasil observasi terhadap subjek selama pembelajaran, subjek kemampuan tinggi ini sangat antusias (memiliki ketertarikan dan motivasi yang tinggi) baik dalam pembelajaran maupun ketika dihadapkan pada masalah. Ketika subjek belum memahami materi yang dipelajari subjek selalu aktif mengajukan pertanyaan. Dengan demikian, siswa yang memiliki kemandirian belajar mampu menyelesaikan masalah dengan baik.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Kemampuan pemecahan masalah pembuktian teorema geometri oleh mahasiswa calon guru matematika berkemampuan tinggi dalam setiap tahap pemecahan masalah adalah mahasiswa mampu: (1) menentukan hipotesis dan kesimpulan dari teorema dengan bahasa matematika sendiri dan membuat visualisasinya, (2) membuat kaitan antara definisi, teorema yang telah dimiliki dengan hipotesis, (3) menggunakan definisi dan teorema untuk menyusun hubungan yang logis menuju kesimpulan dan membuat visualisasi pada setiap langkah, dan (4) memeriksa kembali proses pembuktian yang telah dilakukan namun belum mampu melakukan pembuktian dengan cara lain. Mahasiswa berkemampuan rendah: (1) mampu menentukan hipotesis dengan bahasa matematika sendiri tetapi belum mampu menentukan kesimpulan dengan bahasa matematika sendiri disertai visualisasinya, (2) belum mampu membuat kaitan antara hipotesis dengan definisi maupun teorema yang dimiliki, (3) belum mampu menggunakan definisi maupun teorema yang dimiliki untuk menyusun hubungan yang logis sehingga belum mencapai kesimpulan, dan (4) belum mampu memeriksa kembali dan menyusun cara pembuktian yang berbeda. Kemampuan pemecahan masalah mahasiswa akan terlatih dengan baik apabila mahasiswa memiliki kemandirian belajar (*self regulated learning*) dalam belajarnya. Karena dengan kemandirian belajar yang baik akan mempengaruhi motivasi mahasiswa untuk lebih banyak belajar dan lebih sering melakukan pemecahan masalah sehingga meningkatkan pengalaman dalam pemecahan masalah.

Saran

Titin Masfingatini et.al (Kemampuan Mahasiswa Calon Guru Matematika Dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Teorema Geometri)

Saran yang dapat disampaikan adalah (1) sebaiknya dalam pembelajaran geometri mahasiswa dibiasakan dengan masalah pembuktian, agar kemampuan berpikir logis mahasiswa dapat terasah, (2) dibutuhkan media belajar yang memfasilitasi mahasiswa agar mampu melakukan pembuktian dengan baik dan sistematis secara mandiri.

DAFTAR PUSTAKA

- Arvianto, Ilham Rais. 2017. *Analisis Kesulitan Siswa SMA Dalam Menyelesaikan Soal Geometri Yang Berkaitan Dengan Jarak*. Diunduh di: [ejournal.umpwr.ac.id/index.php/ekuivalen/article/view/3558](http://ejournal umpwr.ac.id/index.php/ekuivalen/article/view/3558) diunduh tanggal 5 Agustus 2017.
- Haryono, D. 2014. *Filsafat Matematika Suatu Tinjauan Epistemologi dan Filosofis*. Bandung: Alfabeta
- Hernadi. 2008. Metode Pembuktian dalam Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika, Volume 2, No. 1, Januari 2008*
- Kusuma, A. B., & Utami, A. (2017). Penggunaan Program Geogebra dan Casyopee dalam Pembelajaran Geometri Ditinjau dari Motivasi Belajar Siswa. *Jurnal Mercumatika, 1(2)*, 119–131. Retrieved from <http://ejournal.mercubuana-yogya.ac.id/index.php/mercumatika/article/view/259/233>
- NCTM. 2000.
- Rich, B. 2004. *Geometri Schaum's Easy Outlines*. Ed. Wibi Hardani. Jakarta: Erlangga
- Sugiyono. 2015. *Metode Penelitian dan Pengembangan Research and Development*. Bandung: Alfabeta
- Susanah & Hartono. 2004. *Geometri*. Surabaya: Unesa University Press
- Sanjaya, T. M. (2016). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Geometri SMP Yang Menunjang Pendidikan Karakter, *1(1)*.
- Yee, L.P & Hoe, L.N. 2009. *Teaching Secondary School Mathematics A Resource Book Second Edition Updated*. Singapore: McGraw-Hill Education
- Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation: a social cognitive perspective. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation*. San Diego: CA: Academic Press.
- Zumbrunn S., Tadlock R. & Roberts, E.D. 2011. Encouraging Self-Regulated Learning in the Classroom: A Review of the Literature. Virginia Commonwealth University: Metropolitan Educational Research Consortium (MERC).