PERFORMANSI METODE TRAPESIUM DAN METODE GAUSS-LEGENDRE DALAM PENYELESAIAN INTEGRAL TERTENTU BERBANTUAN MATLAB

Adi Prasetia
Program Studi Pendidikan Matematika , Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas Mercu Buana Yogyakarta
email : adi.praspres@yahoo.co.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan performansi perhitungan integral tertentu menggunakan metode Trapesium dan metode *Gauss-legendre* dalam lima kasus integral untuk mengetahui ketelitian nilai hasil integral dari kedua metode tersebut berdasarkan presentase *error* relatifnya. Penelitian ini merupakan penelitian literatur yang memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan atau aritmatik biasa yaitu tambah, kurang, kali dan bagi untuk memperoleh bilangan yang dengan keakuratan terbaik. Formula metode trapesium yang digunakan adalah $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left(f(a)+f(b)+2\sum_{i=1}^{n-1} f_i \right)$ sedangkan formula Gauss-legendre yang digunakan adalah

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2}\left[f\left(\frac{(b-a)\frac{1}{\sqrt{3}}+b+a}{2} \right) + f\left(\frac{(b-a)\frac{1}{-\sqrt{3}}+b+a}{2} \right) \right].$$

Penelitian ini menunjukkan bahwa metode *Gauss-Legendre* mempunyai performansi lebih baik dengan memberikan presentase *error* relatif lebih baik daripada metode Trapesium dalam lima kasus yang digunakan.

Kata kunci: Metode Numerik, metode Trapesium, metode *Gauss-legendre*

PERFORMANCE OF TRAPEZOIDAL METHOD AND GAUSS-LEGENDRE METHOD IN SETTLEMENT OF CERTAIN INTEGRAL ASSISTED MATLAB

Adi Prasetia
Program Studi Pendidikan Matematika , Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas Mercu Buana Yogyakarta
email : adi.praspres@yahoo.co.id

Abstract

This study aimed to compare the performance of a particular integral calculation using the Trapezoid and Gauss-Legendre method in five cases integral to determine the accuracy of the integral value of the results of both methods are based on the percentage of relative error. This study is a literature formulate mathematical problem that can be solved with the usual arithmetic operations or calculations are added, less, times and for numbers to obtain the best accuracy. Formula trapezoidal method is used $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left(f\left(a\right)+f\left(b\right)+2\sum_{i=1}^{n-1} f_i \right)$ while the Gauss-Legendre formula used is

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2}\left[f\left(\frac{(b-a)\frac{1}{\sqrt{3}}+b+a}{2} \right) + f\left(\frac{(b-a)\frac{1}{-\sqrt{3}}+b+a}{2} \right) \right],$$

This study shows that the Gauss-Legendre method has better performance by giving the percentage of error is relatively better than Trapezoid method used in five cases.

Keywords: Numerical Methods, Trapezoid method, the method of Gauss-Legendre

Pendahuluan

Era globalisasi saat ini, ilmu pengetahuan dan teknologi berkembang sangat pesat, begitu juga dengan perkembangan matematika. Matematika pada dasarnya merupakan alat, sarana atau pelayanan ilmu lain. Hal ini tidak dapat dipungkiri dengan munculnya berbagai aplikasi matematika, baik dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam berbagai disiplin ilmu lain yang membutuhkan banyak perhitungan. Banyak masalah ilmu pengetahuan (*sciences*) maupun teknologi yang perlu diselesaikan dengan menggunakan integral. Menurut definisi kamus, mengintegrasi berarti "memadukan bersama, sebagian kedalam suatu keseluruhan, menyatukan, menunjukkan jumlah total".

Integral tidak lain limit dari penjumlahan suatu partisi kecil pada suatu interval. Interval I : $[a,b]$ yang dibagi atas n partisi kecil dan memiliki panjang sebesar ΔXk, k = 1,2,…,n. Untuk mengambil n yang cukup besar agar didapat partisi p sangat kecil, jumlah dari luas persegi panjang yang berada di bawah kurva $y = f(x)$ $(f(x) > 0)$ dan terbatas dalam interval I : $[a,b]$ dapat dinyatakan.

$\lim_{|P|\to 0} \sum_{k=1}^{n} f\left(\overline{X}k\right)\Delta Xk$, dengan $\overline{X}k$ suatu titik pada suatu partisi p dan didefinisikan sebagai integral tunggal $I = \int_a^b f(x)dx$. (Pratiwi, 2005:17)

Metode numerik merupakan suatu cabang atau bidang ilmu matematika yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan atau aritmatik biasa yaitu tambah, kurang, kali dan bagi. (Munir, 2003: 5). Setiap perhitungan dalam metode numerik mempunyai suatu tujuan, tetapi perlu diperhatikan bahwa maksud utama dari perhitungan adalah penghayatan masalah untuk memperoleh bilangan yang tepat. Oleh karena itu proses perhitungan atau algoritma yang tepat sangat dibutuhkan dalam menyelesaikan permasalahan yang menyangkut metode numerik. Sehingga perhitungan dapat dapat menghasilkan ketelitian yang baik.

Identifikasi dalam penelitian ini yaitu: (1) Menyelesaian integral menggunakan metode Trapesium, (2) Menyelesaian integral menggunakan metode *Gauss-legendre*, (3) Membandingkan performansi metode yang terbaik berdasarkan ketelitiannya antara metode Trapesium dan metode *Gauss-Legendre* dalam penyelesaian integral. Batasan masalah pada penelitian ini meliputi: (1) Metode yang dibahas dalam penyelesaian integral tunggal adalah metode Trapesium dan metode *Gauss-Legendre* dua titik. (2) Membandingkan performansi metode Trapesium dan metode *Gauss-Legendre* dengan bantuan MATLAB dari segi ketelitian. (3) Kasus yang digunakan adalah integral dengan maksimal dua order. Berdasarkan uraian pada alasan pemilihan judul tersebut, maka penelitian ini adalah menyelesaikan suatu permasalahan integral dengan metode Trapesium dan metode *Gauss-Legendre*. Program MATLAB sebagai alat untuk menyelesaikan permasalahan secara komputasi. Tujuan penelitian ini adalah untuk mencari performansi terbaik antara metode Trapesium dan metode *Gauss-Legendre* dalam penyelesaian suatu masalah integral menggunakan MATLAB berdasarkan ketelitian. Manfaat penelitian ini adalah untuk mengetahui metode yang terbaik dari segi ketelitian dalam menyelesaikan masalah integral menggunakan metode trapesium dan metode *Gauss-Legendre* berbantuan MATLAB.

Integral Numerik

Integral adalah salah satu hal yang mendasar disamping turunan (*derivative*). Dalam kuliah kalkulus integral, kita telah diajarkan cara memperoleh solusi analitik dan eksak dari integral tak tentu maupun integral tentu. Integral tak tentu dinyatakan sebagai

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

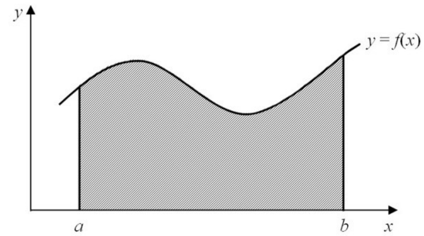
Solusinya, $F(x)$ adalah fungsi menerus sedemikian sehingga $F'(x) = f(x)$, dan C adalah konstanta. Integral tertentu menangani perhitungan integral di antara batas-batas yang telah ditentukan, yang dinyatakan sebagai

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

Menurut teorema dasar kalkulus integral di atas dihitung sebagai

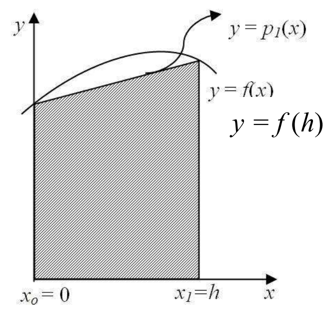
$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

yang diartikan sebagai integrasi fungsi $f(x)$terhadap variabel x, yang dievaluasikan antara batas $x = a$ hingga $x = b$. Sebagaimana dianjurkan oleh definisi kamus, makna persamaan diatas adalah jumlah total atau asumsi $f(x)$ dx yang meliputi bentangan dari $x = a$ hingga $x = b$ terlihat pada gambar 1.



Gambar 1. Integral Tertentu

Diberikan dua buah titik data $(0,f(0))$ dan $(h,f(h))$. Polinom interpolasi yang melalui kedua buah titik itu adalah sebuah garis lurus. Luas daerah yang dihitung sebagai hampiran nilai integrasi adalah daerah di bawah garis lurus tersebut seperti pada gambar 2.



Gambar 2. Kaidah Trapesium

Polinom interpolasi-Gregory derajat 1 yang melalui kedua buah titik *i* adalah

$$p_1(x) = f(x_0) + x\frac{\Delta f(x_0)}{h} = f_0 + x\frac{\Delta f_0}{h}$$

Integrasikan $p_1(x)$ di dalam selang [0,1]:

$$\begin{aligned} I \approx \int_0^h f(x)dx &\approx \int_0^h p_1(x)dx \\ &\approx \int_0^h \left(f_0 + x\frac{\Delta f_0}{2h} \right) dx \\ &\approx xf_0 + \frac{x^2}{2h}\Delta f_0 \Big|_{x=0}^{x=h} \end{aligned}$$

$$\approx hf_0 + \frac{h}{2}\Delta f_0$$

$$\approx hf_0 + \frac{h}{2}(f_1 - f_0),$$

sebab

$$\Delta f_0 = f_1 - f_0$$

$$\approx \frac{h}{2}f_0 + \frac{h}{2}f_1$$

$$\approx \frac{h}{2}(f_0 + f_1)$$

Jadi kaidah trapesium adalah

$$I \approx \int_0^h f(x)dx \approx \frac{h}{2}(f_0 + f_1)$$

Kaidah trapesium untuk integrasi dalam selang $[0,h]$ dapat diperluas untuk menghitung

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

I sama dengan luas daerah integrasi di dalam selang [a,b] menjadi *n* buah upaselang (*subinterval*) dengan lebar tiap upaselang diinterpolasi dengan polinom derajat 1. Jadi, di dalam selang [a,b] terdapat *n* buah polinom derajat satu yang terpotong-potong (*piecewise*). Integrasi masing-masing polinom itu menghasilkan *n* buah kaidah trapesium yang disebut kaidah trapesium gabungan. Luas daerah integrasi di dalam selang [a,b] adalah jumlah seluruh luas trapesium, yaitu

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_{x_0}^{x_1} f(x)dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx + \ldots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x)dx$$

$$\approx \frac{h}{2}[f(x_0) + f(x_1)] + \frac{h}{2}[f(x_1) + f(x_2)] + \ldots + \frac{h}{2}[f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$\approx \frac{h}{2}[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$\approx \frac{h}{2}\left(f_0 + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n\right)$$

Dengan $f_r = f(x_r),\ r = 0,1,2,\ldots,n$

Untuk $x_0 = a$ dan $x_n = b$ maka diperoleh metode trapesium

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left(f(a) + f(b) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i\right)$$

Metode Gauss-Legendre

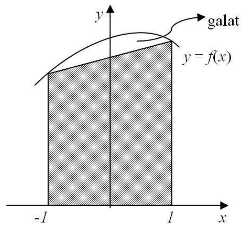
Dalam kaidah trapesium jika digunakan untuk menghitung

$$I = \int_{-1}^{1} f(x)dx$$

Daerah integrasi dalam selang [-1,1] dihampiri dengan sebuah trapesium (Gambar 3) yang luasnya adalah

$$I = \int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \frac{h}{2}[f(1) + f(-1)] \approx f(1) + f(-1)$$

dengan h = (1-(-1)) = 2



Gambar 3. Integral

$\int_{-1}^{1} f(x)dx$ dihampiri dengan kuadratur trapesium Persamaan

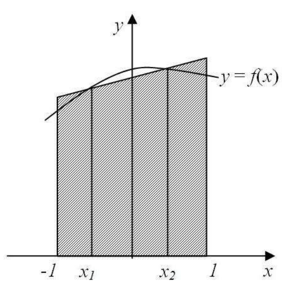
$$I = \int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \frac{h}{2}[f(1) + f(-1)] \approx f(1) + f(-1)$$

dapat ditulis sebagai

$$I = c_1 f(a) + c_2 f(b)$$

dengan $a = -1$, $b = 1$, $c1 = c2 = h/2 = 2/2 = 1$

Pendekatan integrasi yang berbeda dengan metode Newton-Cotes dikembangkan oleh Gauss dan dinamakan metode Kuadratur Gauss (Gaussian *Quadrature*). Metode ini batasan-batasan yang terdapat pada metode Newton-Cotes dihilangkan sehingga tidak perlu lagi menentukan titik-titik diskrit yang berjarak sama, tetapi nilai integrasi numerik cukup diperoleh dengan menghitung nilai fungsi *f*(*x*) pada beberapa jarak tertentu. Pemberian gambaran tentang kuadratur Gauss pada gambar 4.



Gambar 4. Integral

$\int_{-1}^{1} f(x)dx$ dihampiri dengan kuadraturGauss

Sebuah garis lurus ditarik menghubungkan dua titik sembarang pada kurva $y = f(x)$. Titik-titik tersebut diatur sedemikian sehingga garis lurus tersebut menyeimbangkan galat positif dan galat negatif. Luas daerah yang dihitung sekarang adalah luas daerah di bawah garis lurus, yang dinyatakan sebagai

$$I = \int_{-1}^{1} f(x)dx \approx c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2)$$

dengan c_1, c_2, x_1, dan x_2 adalah sembarang nilai. Persamaan diatas dinamakan persamaan kuadratur Gauss. Perhatikan bahwa bila dipilih $x_1 = -1$, $x_2 = 1$ dan $c_1 = c_2 = 1$, maka persamaan kuadratur Gauss menjadi kaidah trapesium. Jadi kaidah trapesium memenuhi persamaan kuadratur Gauss.

Persamaan

$$I = \int_{-1}^{1} f(x)dx \approx c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2)$$

mengandung empat buah peubah yang tidak diketahui yaitu c_1, c_2, x_1, dan x_2. Kita harus memilih c_1, c_2, x_1, dan x_2 sedemikian sehingga galat integrasinya minimum. Karena ada empat buah peubah yang tidak diketahui, maka kita harus mempunyai empat buah persamaan simultan yang mengandung c_1, c_2, x_1, dan x_2.

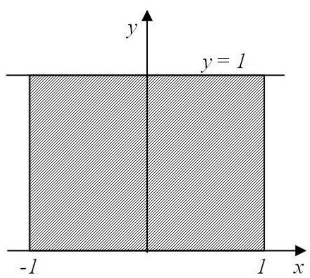
Telah dikatakan bahwa kaidah trapesium bersesuaian dengan kuadratur

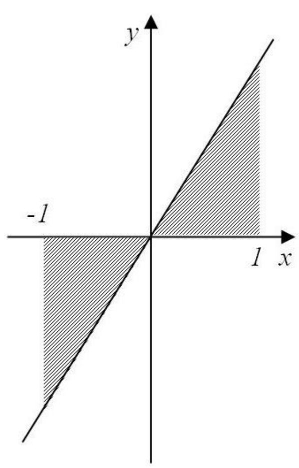
Gauss. Dapat dilihat bahwa nilai integrasi numerik dengan kaidah trapesium akan tepat (galat = 0) untuk fungsi tetap dan fungsi lanjar. Misal *f(x)* = 1 dan *f*(*x*) = *x*. Perhatikan gambar 5, dari dua buah fungsi tersebut, diperoleh dua persamaan: $f(x)=1$ maka,

$$\int_{-1}^{1} 1dx = x\Big|_{x=-1}^{x=1} = 1-(-1) = 2 = c_1 + c_2 \text{ dan,}$$

$f(x)=x$ maka,

$$\int_{-1}^{1} xdx = \frac{1}{2}x^2\Big|_{x=-1}^{x=1} = \frac{1}{2}(1)^2 - \frac{1}{2}(-1)^2 = 0$$
$$= c_1x_1 + c_2x_2$$





Gambar 5. Integrasi bernilai sejati dengan kaidah trapesium Memerlukan dua buah persamaan lagi agar c_1, c_2, x_1, dan x_2 dapat ditentukan. Berdasarkan penalaran bahwa kaidah trapesium sejati untuk fungsi tetap dan fungsi lanjar, maka penalaran ini juga diperluas dengan menambahkan anggapan bahwa integrasinya sejati untuk $f(x)=x^2$ dan $f(x)=x^3$

Sekarang kita mendapatkan dua persamaan tambahan, yaitu

$$f(x)=x^2 \to \int_{-1}^{1} xdx = \tfrac{1}{3}x^3\Big|_{-1}^{1} = 2/3 = c_1x_1^{\ 2} + c_2x_2^{\ 2}$$

dan

$$f(x)=x^3 \to \int_{-1}^{1} x^2dx = \tfrac{1}{4}x4\Big|_{-1}^{1} = 0 = c_1x_1^{\ 3} + c_2x_2^{\ 3}$$

sehingga didapatkan empat buah persamaan simultan

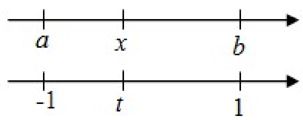
$$c_1 + c_2 = 2$$
$$c_1x_1 + c_2x_2 = 0$$
$$c_1x_1^{\ 2} + c_2x_2^{\ 2} = 2/3$$
$$c_1x_1^{\ 3} + c_2x_2^{\ 3} = 0$$

Yang bila dipecahkan menghasilkan:

$$c_1 = c_2 = 1$$
$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577350269$$
$$x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -0.577350269$$

Jadi, $\int_{-1}^{1} f(x) \approx f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Persamaan ini dinamakan kaidah Gauss-Legendre 2-titik. Selanjutnya transformasi $\int_a^b f(x)dx$ menjadi $\int_{-1}^{1} f(t)dt$ untuk menghitung integrasi $I = \int_a^b f(x)dx$ harus dilakukan tranformasi terlebih dahulu yaitu: (1) Selang $[a,b]$ menjadi selang $[-1,1]$, (2) Peubah *x* menjadi peubah *t*, (3) Diferensial *dx* menjadi *dt*



Dari kedua garis itu kita membuat perbandingan:

$$\frac{x-a}{b-a}=\frac{t-(-1)}{1-(-1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-a}{b-a}=\frac{t+1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x-2a=(t+1)(b-a)$$

$$\Leftrightarrow 2x=(t+1)(b-a)+2a$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{(t+1)(b-a)+2a}{2}=\frac{bt-at+b-a+2a}{2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{a+b+bt-at}{2}=\frac{(a+b)+(b-a)t}{2}.$$

Dari persamaan diatas, diperoleh diferensialnya yaitu:

$$dx=\frac{b-a}{2}dt$$

Transformasikan $\int_a^b f(x)dx$ menjadi $\int_{-1}^{1} f(t)dt$ dilakukan dengan menyulihkan $x=\frac{(a+b)+(b-a)t}{2}$ dan $dx=\frac{b-a}{2}dt$ ke dalam $\int_a^b f(x)dx$, sehingga persamaan menjadi:

Selang $[a,b]$ dan $[-1,1]$ dilukiskan oleh gambar 6.:

Gambar 6. Selang $[a,b]$ dan $[-1,1]$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_{-1}^{1} f\left[\frac{(a+b)+(b-a)t}{2}\right]\frac{(b-a)}{2}dt$$

$$\approx \frac{(b-a)}{2}\int_{-1}^{1} f\left[\frac{(a+b)+(b-a)t}{2}\right]dt.$$

atau dalam bentuk eksplisit berikut

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2}\left[f\left(\frac{(b-a)t_1+b+a}{2}\right)+f\left(\frac{(b-a)t_2+b+a}{2}\right)\right],$$

di mana

$$t_1=\frac{1}{\sqrt{3}}\ dan\ \ t_2=-\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Analisis Galat

Galat (error) berasosiasi denganh seberapa dekat solusi hampiran terhadap solusi sejatinya (eksak). Semakin kecil galat maka semakin teliti solusi numerik yang didapatkan. Sebagai contoh, seorang anak melaporkan panjang kawat 99 cm, padahal nilai sebenarnya 100 cm. Galatnya adalah 100 – 99 = 1 cm. Anak lain melaporkan panjang sebatang pensil 9 cm, padahal panjang sebenarnya 10 cm, sehingga galatnya juga 1 cm. Kedua galat pengukuran sama-sama bernilai 1 cm, namun galat 1 cm pada pengukuran panjang pensil lebih berarti daripada galat 1 cm pada pengukuran panjang kawat. Jika tidak ada informasi mengenai panjang sesungguhnya, kedua galat tersebut terlihat sama. Untuk mengatasi interpretasi nilai galat ini, maka galat harus dinormalkan terhadap nilai sejatinya yaitu menggunakan galat relatif. Galat relatif disini akan menujukkan performansi suatu metode dalam metode numerik.

Algoritma

Definisi algoritma berkembang menjadi sebuah himpunan instruksi yang mempunyai karakteristik sebagai berikut: (a) Presisi, yaitu langkah-langkah dari suatu algoritma harus dinyatakan dengan jelas sehingga algoritma tersebut bisa dituliskan dalam bahasa pemrograman, (b) Unik, yaitu pelaksanaan setiap langkah pada algoritma bersifat tunggal. Hasil pelaksanaan tersebut semata-mata bergantung pada masukan dan hasil dari langkah sebelumnya, (c) Terhingga, yaitu algoritma berhenti setelah beberapa instruksi terhingga dilaksanakan, jadi tidak mungkin algoritma berjalan terus-menerus tanpa berhenti yaitu: (a) Masukan yang akan diproses. (b) Keluaran dimana sebuah algoritma menghasilkan keluaran yang merupakan hasil dari proses yang nilainya bergantung pada masukan. (c) Umum, yaitu algoritma berlaku untuk semua anggota himpunan masukan.

Diagram Alir (Flowchart)

Diagram alir merupakan alat bantu pemrograman yang membantu pembuat program dalam mengatur pemikiran dan penalaran dalam prosedur program. Menurut Yulikispartono (2004:12), sebuah algoritma pada hakikatnya merupakan suatu prosedur yang tepat untuk dapat memecahkan masalah dengan menggunakan bantuan komputer serta suatu bahasa pemrograman.

Pemrograman Menggunakan MATLAB

Sebelum membahas tentang pemrograman dengan menggunakan MATLAB terlebih dahulu akan dibahas tentang pemrograman. (1) Pemrograman adalah Instruksi-instruksi yang diberikan kepada komputer agar komputer dapat melaksanakan tugas-tugas tertentu disebut program. (Abdul Kadir, 2002: 2). Langkah-langkah dalam penulisan program adalah: (a) Menulis program, (b) menjalankan program untuk menguji kebenaran program, (c) jika ada kesalahan (logika maupun kaidah), program diperbaiki dan kembali ke langkah *b*.

MATLAB adalah sebuah bahasa dengan kemampuan tinggi untuk komputasi teknis. MATLAB menggabungkan komputasi, visualisasi, dan pemrograman dalam satu kesatuan yang mudah digunakan di mana masalah dan penyelesaiannya diekspresikan dalam notasi matematik yang sudah dikenal. Pemakaian MATLAB meliputi: (a) Matematika dan komputasi, (b) Pengembangan algoritma, (c) Akuisisi data, (d) Pemodelan, simulasi dan *prototype*, (e) Grafik saintifik dan *engineering*, (f) Perluasan pemakaian, seperti *Graphical User Interface* (GUI).

Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian literatur dengan menggunakan dua metode dalam metode numerik yaitu Metode Trapesium dan Metode *Gauss-Legendre*. Materi yang dibutuhkan dalam penelitian ini sebagai berikut: Objek dari penelitian ini adalah Metode Trapesium dan Metode *Gauss-Legendre* yang digunakan untuk menyelesaikan sebuah permasalahan integral dengan performansi terbaik yaitu kecepatan program dalam menyelesaikan permasalahan integral dan nilai galat yang terkecil. Bahan penelitian ini adalah kasus integral. Permasalahan integral ini akan diselesaikan menggunakan Metode Trapesium dan Metode *Gauss-Legendre.* Kasus dalam penelitian ini diperoleh dari buku sebagai sumber literatur berupa permasalahan integral. Dalam pembuatan program membutuhkan konfigurasi perangkat keras dan perangkat lunak dengan spesifikasi sebagai berikut: (1) Perangkat Lunak yaitu *MATLAB 7.1,* (2) Perangkat Keras yaitu komputer dengan spesifikasi Prossesor INTEL CORE 2 DUO e6300 1,89GHz**,** memori 3GB DDR3**,** Harddisk 160GB Keyboard, Mouse dan Monitor.

Diagram Alir (Flowchart) dan Algoritma

Langkah-langkah dalam diagram alir metode Trapesium: (1) Memasukkan batas atas dan batas bawah integral, (2) Selanjutnya memproses masukan (*input*) dan kasus integral**,** (3) Diperoleh hasil integral secara numerik. Langkah-langkah diagram alir metode Gauss-Legendre: (1) Memasukkan batas atas dan batas bawah integral., (2) Selanjutnya memproses masukan (*input*) dan kasus integral, (3) Diperoleh hasil integral secara numerik.

Galat (Error) Relatif

Misalkan $\hat{a}$ adalah nilai hampiran terhadap nilai sejati (eksak) a, maka selisih $\varepsilon = a - \hat{a}$ disebut galat. Jika tanda galat (positif dan negatif) tidak dipertimbangkan, maka galat mutlak dapat didefinisikan sebagai $|\varepsilon| = |a - \hat{a}|$

Galat relatif didefinisikan sebagai

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{a}$$

atau dalam presentase

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{a} \times 100\%$$

(Munir, 2003: 23)

Performansi metode trapesium dan metode Gauss-Legendre akan dilihat dari galat relatif yang dimiliki oleh kedua metode tersebut.

Hasil Penelitian

Performansi metode Trapesium dan metode *Gauss-Legendre* dapat diketahui menggunakan *Error* Relatif yang terdapat pada tabel di bawah ini.

No	Kasus integral	*Error* Relatif (ε_R)	
		Trapesium	Gauss-Legendre
1	$\int_1^2 x^2 dx$	7,1444 %	0,0043 %
2	$\int_0^4 x\sqrt{x^2+9}dx$	200,0027 %	1,9064 %
3	$\int_1^2 (x^2+1)dx$	5,0010 %	0 %
4	$\int_{0,04}^1 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$	80,0000%	5,5250 %
5	$\int_0^1 \frac{x}{(2x^2+1)^3}dx$	83,3483 %	5,0405 %

Berdasakan tabel metode Gauss-legendre menunjukkan presentase *error* relatif lebih kecil daripada metode Trapesium. Hal ini menunjukkan performansi metode Gauss-Legendre lebih baik daripada metode Trapesium.

Kesimpulan

Hasil penelitian berdasarkan tabel perbandingan ketelitian antara metode trapesium dan metode *Gauss-Legendre*, maka dari lima kasus integral diperoleh metode *Gauss-Legendre* mempunyai ketelitian kerja lebih baik, hal ini dapat diketahui dari presentase *Error* Relatif yang lebih kecil dibandingkan metode Trapesium pada setiap kasusnya.

Saran

Untuk tindak lanjut atau penelitian selanjutnya hasil penelitian dalam hal tampilan dapat lebih baik jika menggunakan GUI.

Daftar Pustaka

Munir, Rinaldi. 2003. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika Munir,

Rinaldi. 2005. *Algoritma dan* Pemrograman *dalam Bahasa Pascal dan C.* Bandung: Informatika.

Purcell, Edwin J, Dale Varberg. 1987. *Kalkulus dan Geometri Analitis* Jilid 1 Jakarta: Erlangga.

Pratiwi, Rr Nanny. 2005. Metode Trapesium – Kuadratur Gauss-Legendre Untuk Menyelesaikan Integral Lipat Dua Dengan Bahasa Pemrograman Pascal. Skripsi, (Universitas Negeri Semarang)

Qudratullah, M. Farhan. 2008. *Praktikum Metode Numerik* (*Modul*). Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga

Rachmadi, Timotius Iman. 2006. Analisis Perbandingan Metode Romberg, Metode *Gauss-Legendre*, Metode Simulasi Monte Carlo, dalam perhitungan Integral Tertentu. Skripsi (Universitas Bina Nusantara)

Sahid. 2005. *Pengantar Komputasi Numerik dengan MATLAB*. Yogyakarta: Andi Offset

Satiadi, Adhitya. 2006. Perbandingan Metode Integrasi Boole, Gauss-Legendre, dan Adaptive Simpson Dalam Menghitung Volume Benda. Skripsi, (Universitas Bina Nusantara)

Tim Praktikum. 2005. *Modul Praktikum Pemrograman Komputer*. Yogyakarta: Jurusan Elektro Universitas Islam Indonesia.